VNIVERSDAD NACIONAL AVFNºMA DE MEXICO	Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán Departamento de Matemáticas PROFR: M. en I. Vicente Vázquez Suárez **Serie no. 2**

Nombre: ____
Carrera: ____ Grupo:___________

1. Probabilidad tradicional

Se sacan 3 cartas de una baraja inglesa (recuerde tiene 52 cartas), primero una, luego otra y la última, estas cartas ya no se regresan y se leen una por una *(se le conoce en el lenguaje como sin reemplazo o sin regreso).*

Encontrar la probabilidad de que:
a) La primera carta sea As rojo
b) Si ya salio la carta anterior, la probabilidad de que la segunda carta sea 10 ó Jack
c) Si ya salio la carta del inciso a y b, la probabilidad que la tercera carta sea mayor que 3 pero menor que 7
d) La probabilidad de que ocurra esta cadena de eventos en la secuencia dada

Respuesta

a) Solo hay 2 cartas As Rojo, 2/52 = 1/26 = 0.0385 = 3.85%
b) Al retirar una carta quedan 51, (4+4)/51= 0.1569 = 15.69%
c) Al retirar ya 2, quedan 50 (Consideramos p(3<x<7)= p(4, 5 y 6), =12/50=6/25 =0.24 = 24%
d) Se multiplica la cadena de eventos = 0.0385x0.1569x0.24= 0.0014 = 0.14%

2. Probabilidad tradicional

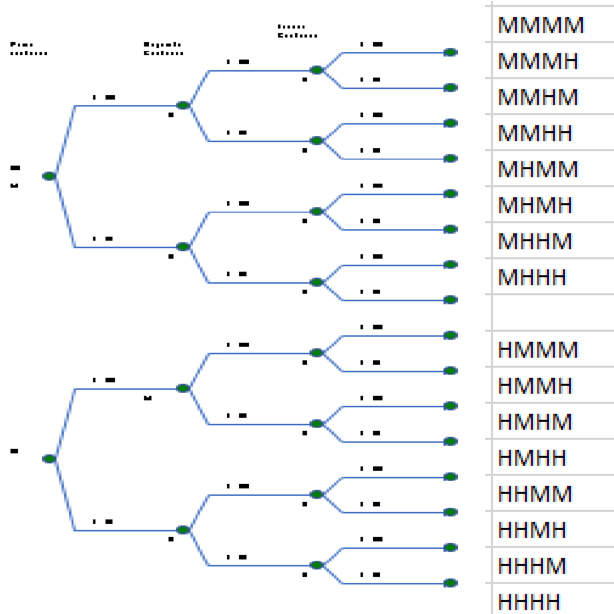
Una “Alaska Malamute” va a tener 4 cachorros, suponga la probabilidad de tener cría macho es 0.5 y hembra es 0.5.

Realizar un diagrama de arbol y hallar la probabilidad de que en esta camada sucedan los siguientes eventos:

a) Al menos 1 sea macho (mínimo 1)
b) Que sea 1 hembra (exactamente 1)
c) Que sean 2 machos y 2 hembras
d) Al menos 1 macho y 1 hembra, (mínimo 1 y 1) para continuar posteriormente con la crianza.

(Sugerencia: empiece el diagrama de arbol como M y H)

Respuestas:



a) p(1,2,3,4 Machos)=1-HHHH=1-0.5^4=0.9375= 93.75%

b) ($0.5^3$0.5)x4=0.25= 25%

c) $0.5^2$$0.5^2$x6= 0.375=37.5%

d) Con que tenga 1 M y 1 H o mas, 1-(HHHH+MMMM)= 1-(0.5^4+0.5^4) =0.875= 87.5%

3. Probabilidad tradicional

Si se lanzan 3 dados de diferente color (seis caras) y se dejan caer al mismo tiempo y observamos sus caras superiores.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma mayor o igual que 17?
b) ¿Cual es la suma mas probable y su probabilidad?
c) ¿Cuales son las 2 sumas menos probables y su probabilidad?
d) ¿Cual es la probabilidad de obtener una suma cuyo resultado sea primo?

Respuesta

ESPACIO MUESTRA

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	(1,1,1)	(1,1,2)	(1,1,3)	(1,1,4)	(1,1,5)	(1,1,6)	(1,2,6)	(1,3,6)	(1,4,6)	(1,5,6)	(1,6,6)	(2,6,6)	(3,6,6)	(4,6,6)	(5,6,6)	(6,6,6)
		(1,2,1)	(1,3,1)	(1,4,1)	(1,5,1)	(1,6,1)	(1,6,2)	(1,6,3)	(1,6,4)	(1,6,5)	(6,1,6)	(6,2,6)	(6,3,6)	(6,4,6)	(6,5,6)	
		(2,1,1)	(3,1,1)	(4,1,1)	(5,1,1)	(6,1,1)	(2,1,6)	(3,1,6)	(4,1,6)	(5,1,6)	(6,6,1)	(6,6,2)	(6,6,3)	(6,6,4)	(6,6,5)	
			(1,2,2)	(1,2,3)	(1,2,4)	(1,2,5)	(2,6,1)	(3,6,1)	(4,6,1)	(5,6,1)	(2,5,6)	(3,5,6)	(4,5,6)	(5,5,6)		
			(2,2,1)	(1,3,2)	(1,4,2)	(1,5,2)	(6,1,2)	(6,1,3)	(6,1,4)	(6,1,5)	(2,6,5)	(3,6,5)	(4,6,5)	(5,6,5)		
			(2,1,2)	(3,2,1)	(2,1,4)	(2,1,5)	(6,2,1)	(6,3,1)	(6,4,1)	(6,5,1)	(5,2,6)	(5,3,6)	(5,4,6)	(6,5,5)		
				(3,1,2)	(2,4,1)	(2,5,1)	(1,3,5)	(1,4,5)	(1,5,5)	(2,4,6)	(5,6,2)	(5,6,3)	(5,6,4)			
				(2,1,3)	(4,1,2)	(5,1,2)	(1,5,3)	(1,5,4)	(5,1,5)	(2,6,4)	(6,2,5)	(6,3,5)	(6,4,5)			
				(2,3,1)	(4,2,1)	(5,2,1)	(3,1,5)	(4,1,5)	(5,5,1)	(6,2,4)	(6,5,2)	(6,5,3)	(6,5,4)			
				(2,2,2)	(1,3,3)	(1,3,4)	(3,5,1)	(4,5,1)	(2,3,6)	(6,4,2)	(3,4,6)	(4,5,5)	(5,5,5)			
					(3,1,3)	(1,4,3)	(5,1,3)	(5,1,4)	(2,6,3)	(4,2,6)	(3,6,4)	(5,4,5)				
					(3,3,1)	(3,1,4)	(5,3,1)	(5,4,1)	(3,2,6)	(4,6,2)	(4,3,6)	(5,5,4)				
					(2,2,3)	(3,4,1)	(1,4,4)	(2,2,6)	(3,6,2)	(2,5,5)	(4,6,3)	(4,4,6)				
					(2,3,2)	(4,1,3)	(4,1,4)	(2,6,2)	(6,2,3)	(5,2,5)	(6,3,4)	(4,6,4)				
					(3,2,3)	(4,3,1)	(4,4,1)	(6,2,2)	(6,3,2)	(5,5,2)	(6,4,3)	(6,4,4)				
						(2,2,4)	(2,2,5)	(2,3,5)	(2,4,5)	(3,3,6)	(3,5,5)					
						(2,4,2)	(2,5,2)	(2,5,3)	(2,5,4)	(3,6,3)	(5,3,5)					
						(4,2,2)	(5,2,2)	(3,2,5)	(4,2,5)	(6,3,3)	(5,5,3)					
						(2,3,3)	(2,3,4)	(3,5,2)	(4,5,2)	(3,4,5)	(4,4,5)					
						(3,2,3)	(2,4,3)	(5,2,3)	(5,2,4)	(3,5,4)	(4,5,4)					
						(3,3,2)	(3,2,4)	(5,3,2)	(5,4,2)	(4,3,5)	(5,4,4)					
							(3,4,2)	(2,4,4)	(3,3,5)	(4,5,3)						
							(4,2,3)	(4,2,4)	(3,5,3)	(5,4,3)						
							(4,3,2)	(4,4,2)	(5,3,3)	(5,3,4)						
							(3,3,3)	(3,3,4)	(3,4,4)	(4,4,4)						
								(3,4,3)	(4,4,3)							
								(4,3,3)	(4,3,4)							
	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1
	0.5%	1.4%	2.8%	4.6%	6.9%	9.7%	11.6%	12.5%	12.5%	11.6%	9.7%	6.9%	4.6%	2.8%	1.4%	0.5%

Asi se puede hacer el diagrama

3	4	5	6	7
(1,1,1)	(1,1,2)	(1,1,3)	(1,1,4)	
	(1,2,1)	(1,3,1)	(1,4,1)	
	(2,1,1)	(3,1,1)	(1,3,2)	
		(1,2,2)	(1,2,3)	
		(2,1,2)	(2,2,2)	
		(2,2,1)	(2,1,3)	
			(2,3,1)	
			(3,1,2)	
			(3,2,1)	
			(4,1,1)	

Respuesta

a) ***Es una permutación con repetición,*** $6P3 = 6^3 = 216\ formas,$
5,6,6   6,5,6 6,6,5 y 6,6,6 cumplen y son 4, probabilidad = 4/216=0.0185= 1.85%

b) *Cuando hay 2 dados la suma mas probable es la mediana (min + max)/2 es decir (2+12)/2= 7, la probabilidad es de 6/36=*
Cuando hay 3 dados la suma mas probable es la mediana (min + max)/2 es decir (3+18)/2= 10.5 , saldran 10 y 11 en las mismas proporciones
Su probabilidad es (27+27)/216=.25= 25%

c) ***La suma menos probable es 3 y 18, su probabilidad = 2/216= 0.0093 aprox 0.1%***

d) ***Los primos son aquellos que solo pueden ser divididos entre si mismos y la unidad excepto el 1 por acuerdo, siendo 2,3,5,7,11,13,17,19, etc. De nuestras frecuencias tomamos las sumas que dan 3,5,7,11,13,17 resultan: 1,6,15,27,21,3, la probabilidad seria (1+6+15+27+21+3)/216 =0.3380=33.80%***

4. Probabilidad tradicional

Un niño que está en casa de un amigo le pide a su mamá que le lleve 5 cartuchos de videojuegos de su colección que consta de 15 juegos formada por 10 juegos de acción y 5 de deportes.

a) ¿De cuántas posibles formas su mamá puede llevarle 3 juegos de acción y 2 de deportes?

b) ¿Cual es la probabilidad de que ocurra dicho evento?

Respuesta:

El niño tiene en total 15 juegos, 10 de acción y 5 de deportes
Pide solo 5 juegos
El orden al elegirlos no importa y no se vale repetir los juegos(no tiene repetidos)
Se usa la combinacion sin repeticion
Accion | Deportes

a) 10C3*5C2=1200 formas
b) La totalidad de mezclas es 15C5=3003
Probabilidad=1200/3003=0.3996=39.96%

5. Combinaciones y Permutaciones

Usted se va a comprar un automóvil, en la concesionaria se le ofrece:

Interiores en Piel (6 colores) ó Tela (Gris ó Negra)
Llantas(acero (15 pg) o rin alumino (16, 17, 18))
Pintura 5 Colores (se permite bitono techo y cuerpo de la carroceria)
Transmisión Manual o automática
Motor(1.4, 2.0 y 2.5 cc)
Frenos Normales o ABS
Luces(halógeno, led, halógeno-niebla, led-niebla)

¿Cuántas combinaciones le podrian ofrecer para este modelo de automóvil?

Respuesta

El orden como se pida no importa, pueden tomar la orden empezando por las luces o en cualquier forma, por lo tanto COMBINACIÓN.

Interiores en Piel (6 colores) ó Tela (Gris ó Negra), si se selecciona piel puede ir bitono, tomando asiento y respaldo y pueden ir diferentes o del mismo color.
Llantas(acero (15 pg) o rin alumino (16, 17, 18)), habiendo 4 opciones solo te llevaras 1
Pintura 5 Colores (posibilidad bitono), techo y carroceria
Transmisión Manual o automática, solo 1 de ellas
Motor(1.4, 2.0 y 2.5 cc), solo 1 motor
Frenos Normales o ABS, solo 1 tipo de frenos
Luces(halógeno, led, halógeno-niebla, led-niebla), solo 1 tipo

Piel Bitono y se vale repetir (Respaldo y asientos, pueden ir bitonos o de un mismo color) 6C2=$\frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}=\frac{(6+2-1)!}{2!(6-1)!}=\frac{7!}{2!5!}=21$ Llantas Hay 4 opciones (sin repetición) 4C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{4!}{1!(4-1)!}=\frac{4!}{1!3!}=\frac{4}{1}=4$ Pintura 5 Colores (posibilidad bitono, se vale repetir)= 5C2 5C2=$\frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}=\frac{(5+2-1)!}{2!(5-1)!}=\frac{6!}{2!4!}=15$ Transmisión Hay 2 opciones (sin repetición) 2C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{2!}{1!(2-1)!}=\frac{2!}{1!1!}=\frac{2}{1}=2$ Motor Hay 3 opciones (sin repetición) 3C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{3!}{1!(3-1)!}=\frac{3!}{1!2!}=\frac{3}{1}=3$ Frenos Hay 2 opciones (sin repetición) 2C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{2!}{1!(2-1)!}=\frac{2!}{1!1!}=\frac{2}{1}=2$ Luces Hay 4 opciones (sin repetición) 4C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{4!}{1!(4-1)!}=\frac{4!}{1!3!}=\frac{4}{1}=4$	Tela solo sencilla, no se vale repetir (es gris o Negra) Combinación si repeticion 2C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{2!}{1!(2-1)!}=\frac{2!}{1!1!}=\frac{2}{1}=2$ Llantas Hay 4 opciones (sin repetición) 4C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{4!}{1!(4-1)!}=\frac{4!}{1!3!}=\frac{4}{1}=4$ Pintura 5 Colores (posibilidad bitono, se vale repetir)= 5C2 5C2=$\frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}=\frac{(5+2-1)!}{2!(5-1)!}=\frac{6!}{2!4!}=15$ Transmisión Hay 2 opciones (sin repetición) 2C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{2!}{1!(2-1)!}=\frac{2!}{1!1!}=\frac{2}{1}=2$ Motor Hay 3 opciones (sin repetición) 3C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{3!}{1!(3-1)!}=\frac{3!}{1!2!}=\frac{3}{1}=3$ Frenos Hay 2 opciones (sin repetición) 2C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{2!}{1!(2-1)!}=\frac{2!}{1!1!}=\frac{2}{1}=2$ Luces Hay 4 opciones (sin repetición) 4C1=$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{4!}{1!(4-1)!}=\frac{4!}{1!3!}=\frac{4}{1}=4$
21x4x15x2x3x2x4=60,480	2x4x15x2x3x2x4=5760
Total = 66,240	

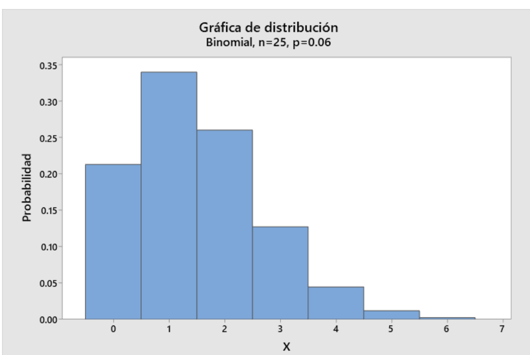
6. Probabilidad Binomial

Se conjetura que aproximadamente el 6 % de cajas se dañan por humedad en una bodega de productos agrícola. Para determiner algún conocimiento del problema se eligieron 25 cajas de dichos productos, determine la probabilidad de encontrar:

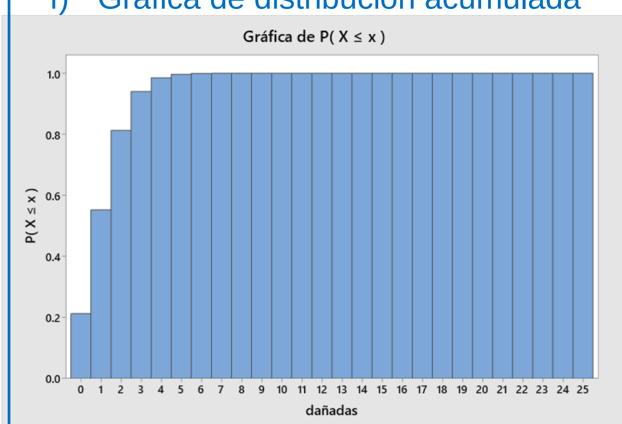
a) Exactamente 3 cajas dañadas por humedad
b) Más de 6 cajas dañadas por humedad
c) Menos de 22 cajas **en perfecto estado (*intercambie el valor de p y q*)**
d) Media, Varianza y desviación estándar
e) Gráfica de la distribución de probabilidades
f) Gráfica de la distribución acumulada

Respuestas

a) p(x=3) = $25C3 * 0.06^3 * 0.94^{25-3}$ =.1273=12.73%
b) p(x>6)= $\sum_7^{25} 25Cx * 0.06^x * 0.94^{25-x}$ =0.0005= 0.05%
c) p(x<22) = $\sum_0^{21} 25Cx * \ 0.94^x * 0.06^{25-x}$ =0.0598=5.98%
d) Media=np=25(0.06)=1.5 cajas, Desv= $\sqrt{npq}$= $\sqrt{25(0.06)(0.94)} = 1.1874$
e) Gráfica de distribución de probabilidades para cajas dañadas (p=0.06,q=0.94)



f) Gráfica de distribución acumulada



7. Distribución de Poisson

Los dientes de león se estudian para conocer sus efectos sobre los cultivos y el crecimiento del césped. En una amplia región se contabilizo el número de dientes león y se obtuvo un aproximado de 700 dientes de león por hectárea *(1 hectárea =100 mtsX100mts= 10,000 m2).*

Calcule la probabilidad de que:

a) **haya 5 dientes** de león en un área de 100 m^2
b) **no haya diente** de león en un área de 5 m^2
c) **haya al menos 2 dientes** de león en un área de 1 m^2

Respuestas:

Lambda (evento por unidad de tiempo o espacio) "Dientes de león"	Espacio
700	1 hectárea = 10,000 m2
7	100 m2
0.35	5 m2
0.07	1 m2

a) p(x=5)= $\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{7^5 e^{-7}}{5!} = 0.1277 = 12.77\%$

Para 100 m^2, $\lambda = 7$

b) p(x=0)= $\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{0.35^0 e^{-0.35}}{0!} = 0.7047 = 70.47\%$

Para 5 m^2, $\lambda = 0.35$

c) p(x≥2)=$\sum_2^? \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = 1 - \sum_0^1 \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = 1 - \sum_0^1 \frac{0.07^x e^{-0.07}}{x!} = 0.0023 = 0.23\%$

Para 1 m^2, $\lambda = 0.07$

8. Probabilidad condicionada

Una plantilla de 500 empleados dedicados a la elaboración de jaulas transportadoras está repartida en 35 % hombres y el 65 % mujeres. De la cantidad de mujeres, el 60% de ellas trabajan en ventas y de la cantidad de hombres, el 20 % trabajan en la línea de producción.

Realice una "tabla de contingencia" donde en los renglones se encuentren los hombres y mujeres y en las columnas, Ventas y Producción. Si se toma una persona al azar, calcular la probabilidad:

a) sea primero hombre y luego de ventas
b) sea de producción dado que primero fue mujer
c) trabaje en ventas o sea mujer

Respuestas

Tabla cruzada o de contingencia

	Producción	Ventas	Totales Renglon
Hombres	35	140	175
Mujeres	130	195	325
Totales columna	165	335	500

a) p(Ventas|Hombre) = $\frac{p(\,Ventas\ \cap Hombre)}{p(Hombre)} = \frac{140}{175} = 0.8000 = \mathbf{80}\%$

Se pudo haber pedido también como sea Ventas dado que primero es Hombre

b) p(Producción | Mujer) = $\frac{p(Producción \cap Mujer)}{p\ (Mujer)} = \frac{130}{325} = 0.40 = \mathbf{40}\%$

c) p(Ventas U Mujer) = p(Ventas) + p(Mujer) – p(Ventas ∩ Mujer) = $\frac{335+325-195}{500} = \frac{465}{500} = 0.93 = \mathbf{93}\%$

9. Distribución Normal

De una muestra de 500 correas para perro fabricadas por una pequeña empresa, se sacó una promedio de 170 cms en el largo y una desviación estándar de 4 cm. Calcular:

a) La **CANTIDAD** de correas que estan debajo de 163 cm
b) La **PROBABILIDAD** de encontrar una correa entre 165 cm y 168 cm
c) La **CANTIDAD** de correas que tienen una medida óptima entre el promedio y 175 cm
d) **¿Entre que PAR DE MEDIDAS** están las correas contenidas en un área del 35% centrada?
e) **¿A partir de que valor "x"** esta el 20% de las correas mas largas?

Respuestas

a) p(x≤163 cm)= $\frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{163-170}{4}$= -1.75 de tablas Z….. área de 0.4599 (desde el centro)

= 0.5 – 0.4599 = 0.0401

Por regla de proporciones

$$\frac{\mathbf{500}}{\boldsymbol{x}} = \frac{\mathbf{100\%}}{\mathbf{4.01\%}} \qquad \boldsymbol{x} = \mathbf{20.05} = \mathbf{20}\ \boldsymbol{correas}$$

b) p(165≤x≤168)= 0.2029 = 20.29%

c) p(170≤x≤175) = 0.3944

Por regla de proporciones

$$\frac{\mathbf{500}}{\boldsymbol{x}} = \frac{\mathbf{100\%}}{\mathbf{39.44\%}} \qquad \boldsymbol{x} = \mathbf{197.2} = \mathbf{197}\ \boldsymbol{correas}$$

d) x1 y x2, p(0.3500 centrado)

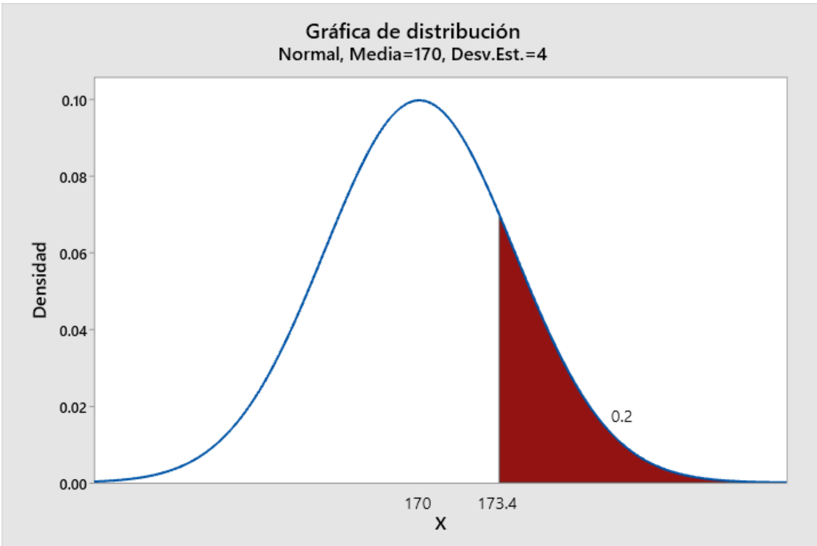
como el 34% piden de área centrada, se divide entre 2 dando 17.5%
se busca en tablas 0.1750 y corresponde a Z= 0.455
(la Z no es exacta damos el valor promedio)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772

De la formula $z = \frac{x - \mu}{\sigma}, depejamos\ x, quedando\ x = z\sigma + \mu$

Sustituyendo x1 = (-0.455)(4 cm) + 170 cm =168.18 cm
Sustituyendo x2 = (+0.455)(4 cm) + 170 cm =171.82 cm

e) Para llegar al 20% de las correas mas grandes, contamos solo el 30% desde el centro



Para un 30% de área desde el centro z= 0.845

Tabla E Distribución normal

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023

De la formula $z = \frac{x - \mu}{\sigma}, depejamos\ x, quedando\ x = z\sigma + \mu$

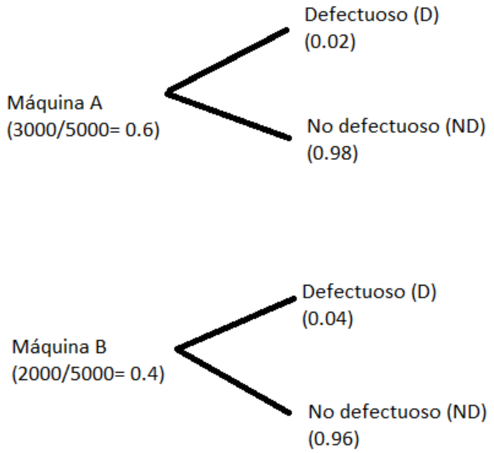
Sustituyendo x3 = (0.845)(4 cm) + 170 cm =173.38 cm

10. Teorema de Bayes

Una fábrica de envases produce 5000 unidades. Tiene sólo 2 Máquinas, la máquina A y la máquina B. La máquina A produce 3000 de los que el 2 % son defectuosos, la máquina B produce los 2000 restantes de los cuales el 4 % son defectuosos. Determinar:

a) La probabilidad de que un envase al azar sea defectuoso
b) Si el envase es defectuoso la probabilidad de que provenga de la máquina A
c) Si el envase es defectuoso la probabilidad de que provenga de la máquina B

Respuestas:



a) p(Defectuoso) = p(A∩D)+p(B∩D)= 0.6(0.02) + 0.4(0.04) =0.0280 = **2.80%**

b) p(Máquina A dado que en este presente es Defectuoso) $=\frac{\mathrm{p(A)*p(D|A)}}{p(D)} = \frac{p(A\cap D)}{p(D)} = \frac{0.6(0.02)}{0.0280} = 0.4286 = \mathbf{42.86\%}$

c) p(Máquina B dado que en este presente es Defectuoso) $=\frac{\mathrm{p(B)*p(D|B)}}{p(D)} = \frac{p(B\cap D)}{p(D)} = \frac{0.4(0.04)}{0.0280} = 0.5714 = \mathbf{57.14\%}$